

# 磁共振成像的物理基础及实验\*

2025 年 6 月 5 日

## 1 实验原理

### 1.1 原子核自旋

原子核中的每个核子（质子或中子）都具有两种运动形式，分别描述核子的不同运动状态：

1. 围绕原子核中心的轨道运动，产生轨道角动量  $\vec{L}_l$ ，反映核子在核内的空间运动状态；
2. 自旋运动，产生自旋角动量  $\vec{L}_s$ ，反映核子在核内的空间运动状态。

单个核子的本征角动量  $\vec{L}_i$  是其轨道角动量和自旋角动量的矢量和：

$$\vec{L}_i = \vec{L}_{l_i} + \vec{L}_{s_i} = \hbar \sqrt{l_i(l_i+1)} \hat{e}_{l_i} + \hbar \sqrt{s_i(s_i+1)} \hat{e}_{s_i} \quad (1)$$

其中， $\vec{L}_{l_i}$  为第  $i$  个核子的轨道角动量， $\vec{L}_{s_i}$  为第  $i$  个核子的自旋角动量， $l_i$  和  $s_i$  分别为第  $i$  个核子的轨道角动量量子数和自旋角动量量子数， $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  为约化普朗克常数。

原子核的本征角动量  $\vec{L}$  为所有核子本征角动量的矢量和：

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i (\vec{L}_{l_i} + \vec{L}_{s_i}) = \sum_i (\hbar \sqrt{l_i(l_i+1)} \hat{e}_{l_i} + \hbar \sqrt{s_i(s_i+1)} \hat{e}_{s_i}) \quad (2)$$

故可将原子核的本征角动量  $\vec{L}$  表示为：

$$\vec{L} = \hbar \sqrt{I(I+1)} \hat{e}_I \quad (3)$$

其中， $I$  为核自旋量子数，与原子核的简并度有关（见1.3）。由于量子性， $I$  只能取  $\frac{1}{2}$  的自然数倍，且仅当核所含的质子数与中子数至少一个为奇数时，核才有非零的核自旋 ( $I \neq 0$ )。

\*所属课程：《医学物理实验》课程代码：PHYS130088.04

核子在自旋和轨道运动时均产生磁矩，磁矩的方向和大小由对应角动量的方向和大小决定，单个核子的核磁矩  $\vec{\mu}_i$  与其本征角动量  $\vec{L}_i$  成正比：

$$\vec{\mu}_i = \gamma_i \vec{L}_i \quad (4)$$

其中，将  $\gamma_i$  为单个核子的**旋磁比**。相应的，整个原子核的核磁矩  $\vec{\mu}$  为所有核子核磁矩的矢量和  $\vec{\mu} = \sum_i \vec{\mu}_i$ ，其与原子核的本征角动量  $\vec{L}$  之间也满足  $\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$ ， $\gamma$  为原子核的**旋磁比**。

定义磁化强度矢量  $\vec{M}$  为所有  $N$  个微观核磁矩的矢量和，反映原子核系统被磁化的程度：

$$\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i \quad (5)$$

在无射频场作用时， $\vec{\mu}_i$  绕  $B_z$  进动的相位无规则，垂直  $B_z$  方向的分量为零，磁化强度矢量  $\vec{M}$  与外磁场方向平行。

## 1.2 拉莫尔进动

**进动**是物体绕某一轴旋转时，其旋转轴本身也在绕另一轴旋转的现象。

若原子核处于  $z$  方向的外磁场中，原子核的本征角动量  $\vec{L}$  和核磁矩  $\vec{\mu}$  在  $\vec{B}_z$  的外磁场作用下以角频率/圆频率  $\omega_0$  进动，即拉莫尔进动。圆频率  $\omega_0$ 、原子核的旋磁比  $\gamma$  和外磁场大小  $B_z$  满足：

$$\omega_0 = \gamma B_z \quad (6)$$

## 1.3 原子核塞曼分裂

当一个量子系统处于某个能级时，如果有多个不同的量子态对应于这个相同的能量，则这些量子态就称为简并态。无外磁场时，原子核的能级能量与核磁量子数  $m_I$  无关， $m_I$  可取  $-I, -I+1, \dots, I-1, I$  共  $2I+1$  个值，因此原子核处于  $2I+1$  度简并态。

当原子核处于外磁场  $\vec{B}_z$  中时，磁矩  $\vec{\mu}$  与外磁场的相互作用能为：

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_z = -\gamma \vec{L} \cdot \vec{B}_z \quad (7)$$

上式表明，作用能仅与磁矩在外磁场方向上的投影  $\mu_z$  有关，磁矩倾向平行于外磁场方向而降低能量的趋势。又：原子核本征角动量  $\vec{L}$  的  $z$  方向分量  $L_z$  与核磁量子数  $m_I$  满足  $L_z = m_I \hbar$ ，加之式(4)，可得到：

$$E = -\gamma m_I \hbar B_z \quad (8)$$

以氢原子核为例，其核自旋量子数  $I = \frac{1}{2}$ ，因此在外磁场中，氢原子核的能级分裂为两个能级，对应的核磁量子数  $m_I$  为  $-\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{2}$ ，由式(8)计算得两个能级的能量差为：

$$\Delta E = E_{+\frac{1}{2}} - E_{-\frac{1}{2}} = \gamma \hbar B_z = \hbar \omega_0 \quad (9)$$

在热平衡状态下，原子核的能级分布遵循 Boltzmann 分布，记处于高、低能级的核自旋粒子数分别为  $N_1$ 、 $N_2$ ，则有：

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} = e^{-\frac{\hbar\omega_0}{kT}} \quad (10)$$

其中， $k$  为玻尔兹曼常数， $T$  为热平衡状态下的温度。由于室温下  $\Delta E \ll kT$ ， $N_1 \approx N_2$ 。

## 1.4 射频场

电磁学中，射频 (radio frequency, RF) 指振荡频率在 300 kHz 到 300 GHz 之间的电磁波。射频场即是频率在射频范围的交变电磁场，由麦克斯韦的电磁场理论可知，振荡的电场会产生振荡的磁场，而振荡的磁场又会产生振荡的电场。射频场脉冲/RF 脉冲是射频场的短暂激发，其参数包括强度和宽度：脉冲宽度是脉冲作用的时间，脉冲强度是脉冲作用时的磁感应强度。

根据频带宽度不同，射频场可分为硬脉冲和软脉冲：

- **硬脉冲：**脉冲宽度较窄，射频幅值较高，对应的频带较宽，可以激发较大范围的质子，选择性差，常用于波谱分析中；
- **软脉冲：**脉冲宽度较宽，射频幅值较低，对应的频带较窄，只能激发较小进动频率范围的质子，选择性较好，常用于成像中。

若施加一个与外磁场  $B_z$  垂直且满足  $B_z \gg B_x$  的射频电磁场  $B_x$ ，磁化强度矢量  $\vec{M}$  除了绕  $B_z$  方向进动外，还会绕  $B_x$  方向进动，逐渐向  $xOy$  平面偏转。

## 1.5 核磁共振

由式(9)可知，能级分裂的大小与外磁场的强度成正比，外磁场越强，能级分裂越大。当原子核吸收的能量等于  $\Delta E$  时，就会跃迁至高能级，即为核磁共振。因此，核磁共振的条件为射频场的能量等于原子核的能级差  $\Delta E$ ，也即射频场的圆频率  $\omega_{RF}$  等于原子核的拉莫尔进动频率  $\omega_0$ 。当二者完全相等时，共振吸收最强，因此产生最强的磁共振信号；若二者间有微小偏差 ( $\omega \approx \gamma B_z$ )，仍然可发生共振吸收但效率降低，吸收强度随偏差增大而迅速减弱。

跃迁后，上、下能级的粒子数不再相等，因此磁化强度矢量  $\vec{M}$  的沿  $z$  轴的分量不再为零；由于  $\vec{M}$  在射频场的作用下也绕  $B_x$  方向进动产生相位相干，因此磁化强度矢量  $\vec{M}$  的横向分量也不为零。对于  $\vec{M}$  与  $z$  轴的夹角  $\theta$ ，有：

$$\theta = \gamma B_x \tau \quad (11)$$

其中， $\tau$  为射频场作用的时间。使  $\theta = 90^\circ$  的脉冲称为 **90 度脉冲**， $\vec{M}$  偏转到  $xy$  平面上；使  $\theta = 180^\circ$  的脉冲称为 **180 度脉冲**， $\vec{M}$  偏转到  $-z$  轴方向上。

## 1.6 弛豫过程

粒子受到激发后，以非辐射的方式回到基态而达到 Boltzmann 平衡的过程称为弛豫。弛豫过程中，高能态的粒子向周围环境转移能量回到低能态。在弛豫过程中，同时发生两方面的磁化强度矢量  $\vec{M}$  的变化：

- 纵向弛豫： $\vec{M}$  沿  $z$  轴的分量逐渐恢复到平衡状态；
- 横向弛豫： $\vec{M}$  在  $xy$  平面上的分量逐渐衰减为零。

### 纵向弛豫

自旋-晶格相互作用是由于分子无规则热运动引起的横向局部场的波动而诱发的自旋与晶格间的能量交换过程，只有当此局部弱磁场的频率正好等于  $\omega_0$  时才发生。引起自旋-晶格相互作用的机制有磁偶极-磁偶极相互作用、自旋-旋转相互作用、化学位移各向异性、顺磁物质弛豫及核电四极矩相互作用等。

纵向弛豫源于自旋-晶格之间的相互作用，能量由从射频场吸收的磁能转变为晶格的热能。用自旋-晶格弛豫时间/纵向弛豫时间  $T_1$  描述磁化强度矢量  $\vec{M}$  沿  $z$  轴的分量恢复到平衡状态的快慢。 $M_z$  向平衡状态的恢复速度如下式：

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z(t)}{T_1} \quad M_z(t) = M_0 (1 - e^{-t/T_1}) \quad (12)$$

经历  $T_1$  时间后， $\vec{M}$  沿  $z$  轴的分量恢复到平衡状态的约  $63\% (1 - \frac{1}{e})$ 。 $T_1$  的大小与核的种类、样品的状态和温度有关，越短的  $T_1$  表示自旋-晶格相互作用越强。

### 横向弛豫

自旋-自旋相互作用是一种磁相互作用，可来自核自旋产生的局部磁场、核自旋之间的磁偶极相互作用等。

横向弛豫源于自旋-自旋之间的相互作用，能量在相邻的核自旋之间转移，不与晶格交换能量。用自旋-自旋弛豫时间/横向弛豫时间  $T_2$  描述磁化强度矢量  $\vec{M}$  在  $xOy$  平面上的分量衰减为零（由非平衡态进动相位相关产生的横向分量恢复到平衡态时相位无关）的快慢。 $M_{xy}$  在  $xOy$  平面上的分量衰减速度如下式：

$$\frac{dM_{xy}}{dt} = -\frac{M_{xy}(t)}{T_2} \quad M_{xy}(t) = M_0 e^{-t/T_2} \quad (13)$$

经历  $T_2$  时间后， $\vec{M}$  在  $xOy$  平面上的分量衰减至约  $37\% (\frac{1}{e})$ 。

一般而言，横向弛豫受局部磁场涨落、射频场、化学交换和扩散等的影响，强于纵向弛豫，即  $T_2 \leq T_1$ 。由于外磁场  $B_z$  分布不均匀，核自旋的拉莫尔进动频率  $\omega_0$  在空间上有微小的差异，进动相位不一致，故  $\vec{M}_{xy}$  的分量衰减得更快，实验测得的横向弛豫时间  $T_2^* < T_2$ 。

### 加权像

加权图像是指突出了组织某一参数特征（差异）的图像。常见的有  $T_1$  加权图像、 $T_2$  加权图像和质子密度（PD）加权图像。由式(16)可知， $T_1$  加权图像应选择短  $T_R$ 、短  $T_E$ ， $T_2$  加权图像应选择长  $T_R$ 、长  $T_E$ ，质子密度加权图像应选择长  $T_R$ 、短  $T_E$ 。

## 1.7 MR 信号

施加射频脉冲后关闭射频场，在  $y$  轴上放置一个接收线圈检测旋转的  $\vec{M}_{xy}$ ，通过线圈的磁通量以  $\omega_0$  频率振荡，产生感应电动势，形成 **MR 信号**。

### FID 自由感应衰减信号

由式(13)可知， $\vec{M}_{xy}$  的分量以指数规律衰减，接收线圈检测到自由感应衰减（free induction decay, FID）信号  $S_{FID}$ ：

$$S_{FID} = M_0 \cos[(\gamma B_z - \omega)t] e^{-t/T_2^*} \quad (14)$$

### SE 自旋回波信号

为了减少  $B_z$  的非均匀性对 FID 信号的影响，可以通过  $90^\circ-\tau-180^\circ-\tau$  脉冲序列产生自旋回波（spin echo, SE）信号。具体来说，首先施加一个  $90^\circ$  脉冲，经过时间  $\tau$  后施加一个  $180^\circ$  脉冲；再经过时间  $\tau$  后，信号达到回波最大值（回波采集点）。因为  $180^\circ$  脉冲可以使得所有相位精确反转，经过相等的时间间隔后，散相重新聚集回到同相。

若从  $90^\circ$  脉冲激励结束到回波采集点的时间为  $T_E$  ( $T_E = 2\tau$ )，重聚处的信号模值  $S_{SE}$  为：

$$S_{SE} = M_0 e^{-T_E/T_2} \quad (15)$$

一定程度内缩短  $T_E$  可以使得  $M_{xy}$  衰减更少保留更多，进而得到更强的信号。

记施加  $90^\circ$  脉冲的时间间隔为  $T_R$ ， $T_R$  决定了下一个  $90^\circ$  脉冲前  $M_z$  的恢复程度，一定程度内延长  $T_R$  可以使得  $M_z$  恢复到更高的平衡值，进而得到更强的信号 ( $M_{xy}$  的大小依赖翻转  $M_z$  的大小)。

故在 0 时刻施加  $90^\circ$  脉冲,  $T_R$  时刻施加  $180^\circ$  脉冲, 于  $T_R + T_E$  时刻采集得到的回波信号大小  $S_{R+E}$  为:

$$S_{R+E} = M_0 e^{-T_E/T_2} (1 - e^{-T_R/T_1}) \quad (16)$$

### Q-CPMG 序列

Q-CPMG (Carr-Purcell-Meiboom-Gill) 序列作为一种常用的多回波脉冲序列, 通过采集多个回波信号并对其幅度进行指数拟合, 可以更准确地测量样品的横向弛豫时间  $T_2$ 。具体来说, 首先施加一个  $90^\circ$  脉冲, 随后以等间隔  $\tau$  连续施加多个  $180^\circ$  脉冲。

每个  $180^\circ$  脉冲后都会形成一个自旋回波。每个回波的信号幅度随时间呈指数衰减, 其数学表达式为:

$$S_{CPMG}(n) = M_0 e^{-n \cdot 2\tau/T_2} (1 - e^{-T_R/T_1}) \quad (17)$$

其中,  $n$  为回波序号,  $2\tau$  为相邻回波之间的时间间隔。

记施加的  $180^\circ$  脉冲的总数为  $NECH$ , 同时也是采样得到的回波信号的个数。 $NECH$  的值需要合适选择, 过小则会丢失样品中的有效信息, 过大则降低实验效率和信噪比。

## 1.8 图像重建

成像过程包含以下几个步骤:

1. 选片/选层: 将受检部位分成若干薄层(层面);
2. 编码/空间定位: 划分体素并标定记号;
3. MR 信号采集
4. 解码: 解码得到各个体素 MR 信号的大小;
5. 图像显示: 将体素信号的大小与编码对应。

### 空间定位

用  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个坐标轴方向的线性梯度场 (频率编码梯度场  $G_f$ 、相位编码梯度场  $G_p$  和选层梯度场  $G_s$ ) 对体素进行空间定位。线性梯度场与均匀的外磁场叠加后, 磁场强度随空间位置线性变化, 从而使不同空间位置的体素具有不同的拉莫尔进动频率  $\omega_0$ 。

因此, 施加不同频率的射频脉冲可以激发不同位置的体素, 从而实现选层。层厚取决于选层梯度的强度 ( $G_s$  的斜率) 和射频带宽 (频率范围)。由于射频带宽不易独立改变, 因此常通过改变  $G_s$  强度来调节层厚。选层的位置由射频中心频率决定。

利用  $y$  轴的相位编码梯度场  $G_p$ , 可以在短时间内改变不同位置体素的相位, 实现相位编码,  $G_p$  关闭后相位信息依然保留。由于采用二维傅里叶变换, 实际采集过程中需要多次施加不同强度的  $G_p$ , 次数与  $y$  方向的矩阵数目相同。

同样, 利用  $x$  轴的频率编码梯度场  $G_f$ , 可以在短时间内改变不同位置体素的进动频率, 实现频率编码。

为了提高信噪比 (SNR), 实际采集过程中常采用累加采集, 因为相干的共振信号可以叠加而成倍递增, 而随机的噪声信号会因多次累加而被平均, 从而区分信号和噪声。

## 二维 Fourier 变换

通过在不同方向施加线性梯度场, 不同空间位置的体素有不同的拉莫尔进动频率和相位, 因此采集到的 MR 信号实际上是经过空间编码的频域数据, 也称为  $k$  空间数据。

二维 Fourier 变换的原理是: 任意一个二维图像都可以表示为无数个不同频率和方向的复平面波的叠加, 即二维函数可以分解为  $x$  方向和  $y$  方向不同频率的正弦和余弦函数的乘积之和。通过对  $k$  空间数据进行二维傅里叶逆变换, 可以将频域信息还原为空间域图像, 实现从  $k$  空间到实际图像的重建。